

Proposition de traitements dans différents contextes d'un même problème d'optimisation

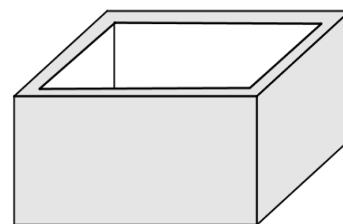
Ce problème a largement été étudié dans

*Intégration de calculatrices complexes dans l'enseignement des Mathématiques au Lycée
Cahier spécial n° 4 de DIDIREM – Janvier 1998*

L'énoncé de référence :

Un maçon doit réaliser une cuve en béton parallélépipédique de base carrée de 20 cm d'épaisseur et pouvant contenir 4 m^3 . On désigne par x (en m) le côté du carré intérieur et par h (en m) la hauteur intérieure de la cuve.

On veut déterminer x et h pour que le volume de béton soit minimal.



La Cuve

Étude des variations d'une fonction par calcul formel

Niveau d'enseignement	Première Générale. Plus particulièrement adapté aux classes de première S
Type d'activité	Classe par groupes avec ordinateurs accessibles
Durée	1 heure avec préparation hors classe afin de réfléchir à une stratégie de résolution.
Outils	Un logiciel de calcul formel. Les copies d'écran proposées sont obtenues à l'aide du CAS MP-Reduce de GeoGebra 4.2. Il est probable qu'au moment de la publication, celui-ci aura été remplacé par GIAC, moteur de XCAS.
Compétences mathématiques	Modélisation fonctionnelle comme outil de résolution en première approche de la situation, Recherche du minimum par étude de la dérivée. Travail sur la forme des expressions algébriques
Prérequis TICE	L'exercice est ici traité avec le CAS de GeoGebra. Tout autre CAS est bien entendu utilisable. Connaissance des fonctionnalités de base d'un CAS : factorisation, déclaration de fonction, résolution d'équation ou d'inéquation, calcul de dérivée.
Place dans la progression, moment de l'étude	L'activité peut prendre sa place quand les notions liant dérivée et variations ont été étudiées.
Forme(s) de calcul favorisée	Ici, l'élève doit élaborer une stratégie de résolution
Commentaires	<p>Le problème est ouvert et laisse l'élève libre d'élaborer une stratégie gagnante. Le contrat que peut poser le professeur est qu'il attend une justification du raisonnement et donc différencier le problème d'un problème avec prise d'initiative.</p> <p>L'objectif est porté sur la recherche du minimum de la fonction volume en fonction de la longueur du carré intérieur de base.</p> <p>Ici, l'outil utilisé est la dérivée.</p> <p>On peut obtenir ceci :</p> $\text{Dérivée}[v(x),x]$ $\rightarrow \frac{10 x^4 + 4 x^3 - 80 x - 32}{25 x^3}$ <p>On étudie donc le signe du numérateur. La recherche de la factorisation -laissée à la charge de l'élève- fournit :</p> $\text{Factoriser}[\text{Numérateur}[\$2],x]$ $\rightarrow 2 (x^2 + 2 x + 4) (5 x + 2) (x - 2)$ <p>L'étude du signe du second facteur (x^2+2x+4) pose questions : GeoGebra ne factorise-t-il pas car <i>il ne sait pas</i> ou car <i>cela n'est pas possible</i> ? Les élèves peuvent toutefois conclure et répondre à la question posée.</p>

La cuve

Un maçon doit réaliser une cuve en béton parallélépipédique de base carrée de 20 cm d'épaisseur et pouvant contenir 4 m^3 .

1. Exprimer le volume du béton nécessaire en fonction de la largeur intérieure de la cuve.
2. Quelle dimension de la largeur intérieure de la cuve le maçon va-t-il proposer à ses clients ?

