

1999
Rallye
Épreuve officielle

Exercice n° 1 : (5 points)

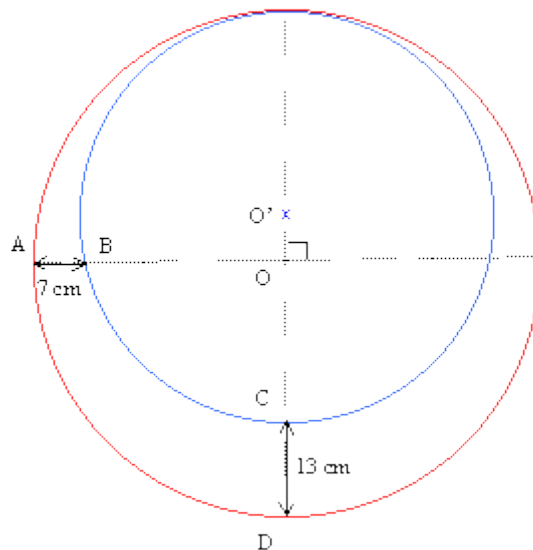
Chacun sa place

Douze nombres entiers naturels sont écrits en ligne ; le quatrième est 4 et le douzième est 12. Dans cette liste, toute somme de trois nombres placés côte à côte est égale à 1999.

Déterminer le huitième nombre de cette liste.

Exercice n° 2 : (5 points)

En connaître un rayon



Déterminer les rayons de ces deux cercles tangents de centres O et O'.

Exercice n° 3 : (8 points)

Collé serré

Soient quatre cubes d'arêtes respectives 1, 2, 3 et 5 cm.

On colle ensemble ces quatre cubes de sorte que l'aire totale du solide obtenu soit la plus petite possible.

Dessiner en perspective une telle configuration et calculer son aire totale.

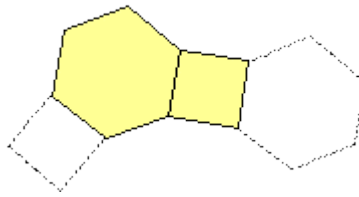
Exercice n° 4 : (5 points)

En finir avec les vendredis 13

Quel est le nombre maximum de vendredis 13 qui peuvent apparaître dans une année ?

Exercice n° 5 : (8 points)

Mosaïque



La figure ci-dessus est un extrait d'un motif de décoration composé de carrés et d'hexagones réguliers de côtés de même longueur, juxtaposés en alternance autour d'un polygone central.

Quelle est la nature de ce polygone central ? Justifier la réponse.

Réaliser avec le plus grand soin, une représentation de ce motif, en prenant 2 cm comme longueur de côté des polygones.

Calculer le rayon du plus petit disque dans lequel est contenu ce motif.

Exercice n° 6 : (12 points)

L'héritage du Cheik

Voici un problème bien connu :

Un cheikh, père de trois fils, décède en laissant *dix-sept* chameaux en héritage à ses enfants.

Par testament, il avait légué

- *la moitié* de ses bêtes à l'aîné ;
- *le tiers* au cadet ;
- *le neuvième* au benjamin.

Le partage semblant impossible aux héritiers, le sage du lieu vient à leur secours en leur proposant la solution suivante :

"Je vous donne mon chameau. Avec 18 animaux, le partage se fait aisément :

L'aîné aura $18 \times \frac{1}{2} = 9$, le cadet aura $18 \times \frac{1}{3} = 6$ et le benjamin aura $18 \times \frac{1}{9} = 2$

Voilà, $9 + 6 + 2 = 17$, il reste un chameau, c'est le mien, je le récupère et vous salue bien ".

Fabriquer toutes les variantes possibles de ce problème, sachant qu'on peut changer le nombre de chameaux, qu'il y a toujours trois fils et que toutes les fractions utilisées sont de type $\frac{1}{n}$.

Par exemple, une variante possible est :

11 chameaux

$\frac{1}{3}$ pour l'aîné, $\frac{1}{3}$ pour le cadet et $\frac{1}{4}$ pour le benjamin.

Exercice n° 7 : (5 points)

Spécial seconde

Comptez malin

A l'oral d'un examen, huit enveloppes contenant huit sujets sont alignées sur le bureau.

Pour choisir son enveloppe, un candidat décide de compter une à une les huit enveloppes de gauche à droite puis de droite à gauche jusqu'à 1999, sans compter deux fois de suite la même enveloppe.

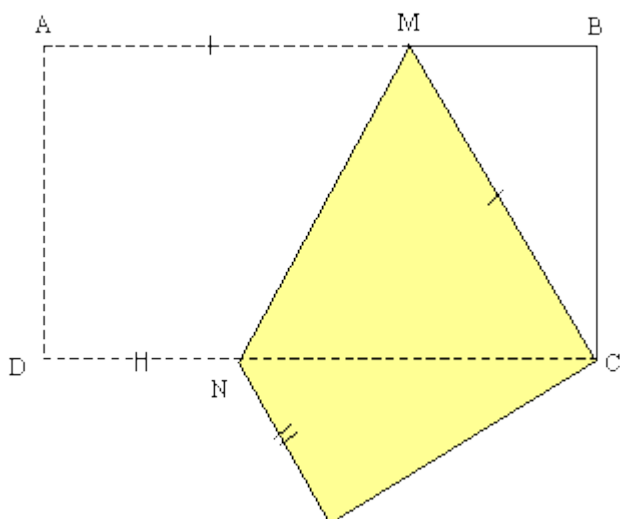
L'examineur ne lui laissant qu'un temps très limité pour faire son choix, comment désignera-t-il l'enveloppe sélectionnée sans avoir à faire le comptage fastidieux ?

Décrire le raisonnement et préciser l'enveloppe désignée.

Exercice n° 8 : (8 points)

Spécial seconde

Diagopli



Une feuille de papier rectangulaire ABCD est pliée comme ci-dessus de façon à superposer les sommets opposés A et C.

1) **Réaliser** le pliage avec une feuille de largeur 10 cm et de longueur 20 cm. **Évaluer** par des mesures le rapport $\frac{MN}{BD}$ de la longueur du pli à la longueur de la diagonale du rectangle.

Démontrer ce résultat.

2) Quel résultat peut-on énoncer si la feuille a pour largeur 12 cm et pour longueur 16 cm ?

Démontrer ce résultat.

3) Ces deux résultats se généralisent. **Énoncer**, dans le cas général, le "théorème du pli" (on ne demande pas de le démontrer !)