RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE — ÉDITION 2000

Exercice n°1 Ah quel prix !

Prix de revient d'un kilomètre = $\frac{\mathbf{684}}{\mathbf{60+60+450}} = \frac{\mathbf{684}}{\mathbf{570}} = \mathbf{1,2}$ (en F) *2 points*

Part de A = part de B = $\frac{1}{2}\times 60\times 1,2+\frac{1}{3}\times 60\times 1,2+\frac{1}{5}\times 450\times 1,2 = 168$ (en F) *1 point*

Part de C = $\frac{1}{3}\times 60\times 1,2+\frac{1}{5}\times 450\times 1,2 = 132$ (en F) *1 point*

Part de D = part de E = $\frac{1}{5}\times 450\times 1,2 = 108$ (en F). *1 point*

Exercice n°2 Le délice du limaçon

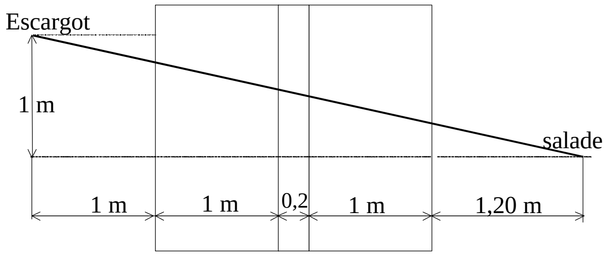
Trajet 1 = 3,2 + $\sqrt{2,44}$ ≈ 4,762 m *1 point*

Trajet 2 = 3,4 + $\sqrt{2}$ ≈ 4,814 m *1 point*

Trajet 3 = $2,2+\sqrt{1,25}+\sqrt{1,69}$ ≈ 4,618 m *2 points*

Trajet minimal = $\sqrt{20,36}$ ≈ 4,512 m. *2 points*

Réalisation de la maquette *2 points*

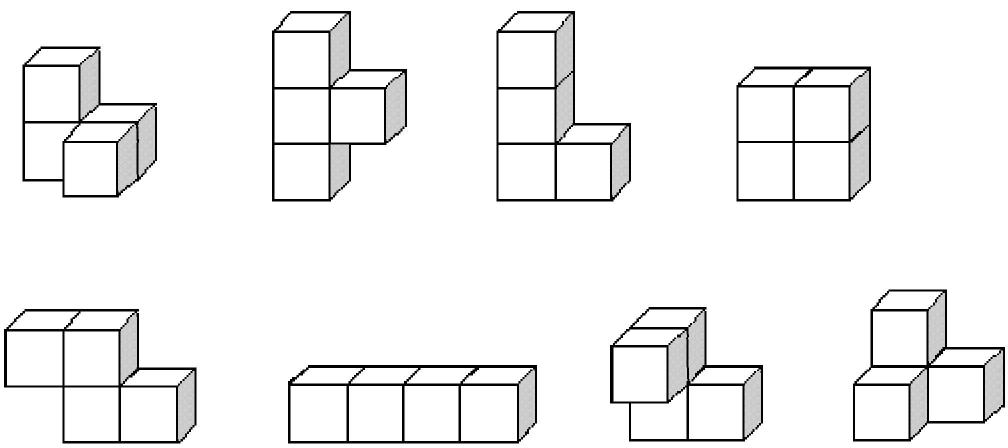


Exercice n°3 En noir et blanc

8	●		●		●	●	●	●	●	●
6	●		●		●	●		●	●	
2				●	●					
5	●	●	●		●			●		
3			●		●			●		
9	●		●	●	●	●	●	●	●	●
1					●					
3	●				●			●		
7	●		●		●	●		●	●	●
6	●		●		●	●		●	●	
	7	*1*	*7*	*2*	*10*	*5*	*2*	*8*	*5*	*3*

5 points

Exercice n°4 Quadricubes *2 points par quadricube*

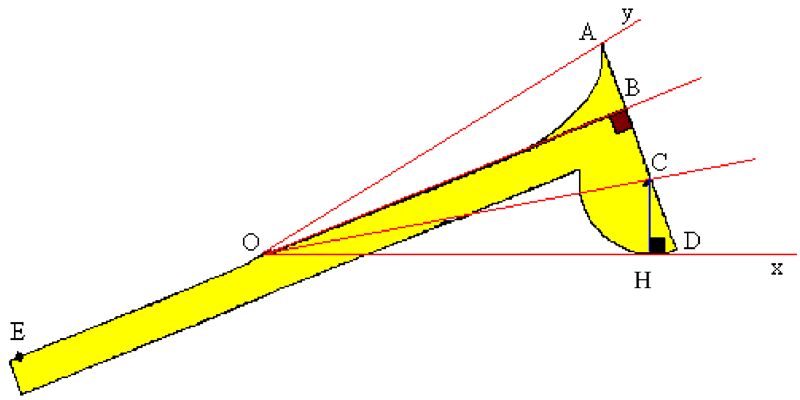


Exercice n° 5 Le trisecteur de BERGERY *4 points par question*

(OB) et (Ox) sont tangentes au demi-cercle respectivement en B et en H. (OC) est donc la bissectrice de l'angle $\widehat{BOH}$; on a donc l'égalité d'angles : $\widehat{DOC} = \widehat{COB}$.

(OB) est médiatrice de [AC]. Le triangle COA est donc isocèle en O. La médiane issue de O est aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{COA}$.

Les demi-droites [OB) et [OC) partagent bien l'angle $\widehat{xOy}$ en trois angles de même mesure.



Exercice n°6 Partage équitable ?

AFC est un triangle rectangle dont l'angle $\widehat{C}$ = 45° donc l'angle $\widehat{FAC}$ = 45° et l'angle $\widehat{FAB}$=105–45= 60°.

Le triangle AEF est isocèle de sommet principal A et d'angle $\widehat{A}$ = 60°. Il est donc équilatéral. *1 point*

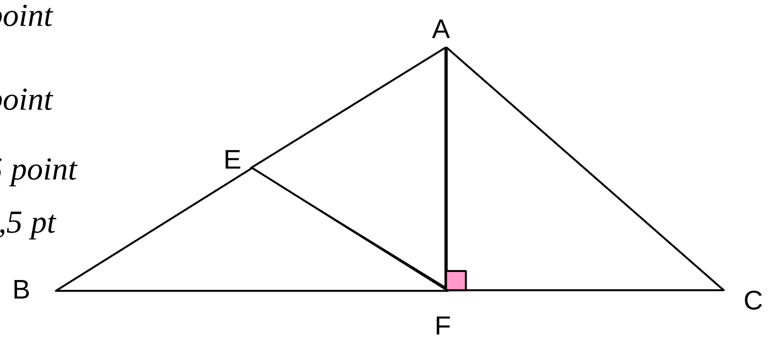
L'angle $\widehat{EFB}$ = 90 – 60 = 30° donc le triangle EBF a deux angles égaux, par conséquent il est isocèle de sommet principal E. *1 point*

Si on pose AF = a alors :

aire de ACF = $\frac{1}{2}a^2$, *1 point*

aire de BEF = aire de AEF = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, *1,5 point*

aire de AEF = aire de BEF < aire de ACF. *0,5 pt*



Exercice n°7 Encadrez la recherche *3 points pour 2000 et 5 points pour 1 458 000*

Si x divisé par 20 est un carré alors x est un multiple de 20 donc x se termine par un 0.

Si x divisé par 16 est un cube, alors il existe un entier k tel que : $x = 16\,k^3$.

Or x < 1 5000 000 donc $k^3 < 93750$ et donc k < 45.

x étant le produit de 16 par un cube et devant se terminer par 0, il suffit d'essayer les cubes des nombres inférieurs à 45 se terminant par 0 ou 5.

Les deux solutions, autres que 128000, sont 2000 (16×5^3) et 1458000 (16×45^3).

Exercice n° 8 Les temps modernes

Parmi les 1000 personnes, 700 possèdent un lecteur de CD, 850 un téléphone et 452 un ordinateur.

Au moins 550 personnes (1550 –1000) possèdent un lecteur de CD et un téléphone. *2 points*

Au moins 152 personnes (1152 –1000) possèdent un lecteur de CD et un ordinateur.

Au moins 302 personnes (1302 –1000) possèdent un téléphone et un ordinateur.

Donc 1002 personnes (550+152+302) possèdent au moins deux des trois objets.

Comme le sondage porte sur 1000 personnes, au moins deux d'entre-elles possèdent les objets. *3 points*